

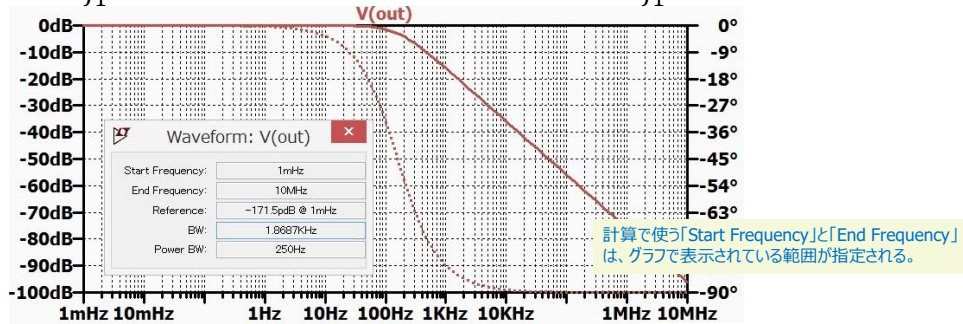
# AC解析時 グラフ・ペインの表示窓

AC解析のシミュレーション後、応答特性をプロットした後、そのラベル名の上で[Ctrl]キーを押しながらマウスの左ボタンをクリックすると、下図のような一覧表が表示される。この表の中にある、「BW」と「Power BW」はどのように計算されているのか、解説する。

それぞれのパラメータは以下の式で計算されている。

$$BW = \int_{f_1}^{f_2} V df / V_{peak}$$

$$Power BW = \int_{f_1}^{f_2} V^2 df / V_{peak}^2$$

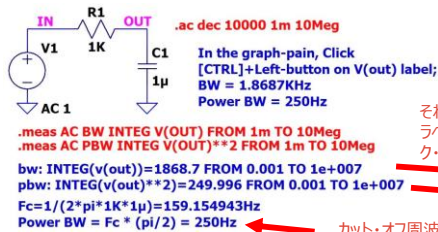


## BWとPower BWの意味は...

選択した信号名（ノード）のパラメータ（たとえば、フィルターの出力電圧）を、指定した周波数範囲で積分し、その範囲の最大電圧（Vpeak）で割ると、あたかも、見かけ上は「等価帯域幅」に相当するよう見受けられるが、この見解は電子回路的にどのような意味を持つか...、明確な意味付けの一般的な解釈はないと考えられる。

一方、Power BWの方は、Vpeakで規格化したエネルギーに関連したパラメータで、理想的箱型透過フィルターのノイズパワーの計算と同じ式を使っており、電子回路的には重要な意味を持つバンド幅ということがわかる。

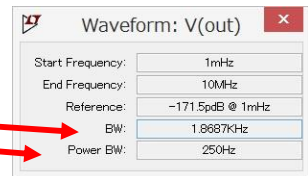
この計算式（前ページで示した積分による平均値の計算）については、LTspiceのHelpファイル等には詳細な解説がないので、ひとつの例を使って同等の結果が得られるか...を確認してみた（左下の回路図中に.measで計算）。



.measを使う上での計算は、dB表示ではなくMAG(V)のように、大きさのみを表示させている点に注意。

それぞれの値が、.measで計算したものと、ラベル名の上で[Ctrl] + マウス右クリック...の表示した値と一致している。

カット・オフ周波数からPower BWを理論値で計算した。



# Power BW の計算 (解説) -1

LTspice上でのPower BWの使い方については以上に述べたとおりだが、パワース・ロー・パス・フィルタ (1次) の場合について、カット・オフ周波数との関係を計算してみる。

n次のパワース・フィルタの伝達関数は右の式で表される。

$$|T(\omega)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}$$

ここで、 $\omega_0$ はカット・オフ角周波数で、 $\omega$ は変数としての角周波数である。

$\omega_0$ と $\omega$ を「角周波数」としたが、(周波数との変換係数は $2\pi$ で、それが分母・分子に共に入っているので)、 $\omega/\omega_0 = x$  (カット・オフ周波数  $f_c$  で規格化した周波数) と置き替えると、1次パワース・ロー・パス・フィルタの式の分母の部分は「 $1+x^2$ 」と書き換えることができる。また  $V_{peak}=1$  とすれば、全周波数にわたっての積分を考えると、

$$\text{Power BW} = \int_{f_1}^{f_2} V^2 df / V_{peak}^2 = \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} \quad \text{と書くことができ、}$$

$x = \tan u$  と変数の置換をすれば、分母の部分は

$$1 + x^2 = 1 + \tan^2 u = 1 + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 u} = \frac{\cos^2 u + \sin^2 u}{\cos^2 u} = \frac{1}{\cos^2 u}$$

と変形でき、さらにこの結果を代入する前に、積分変数の変換を計算すると・・・

# Power BW の計算 (解説) -2

$$\frac{dx}{du} = \frac{d}{du} \tan u = \frac{d}{du} \left( \frac{\sin u}{\cos u} \right) = \cos u \cdot \frac{1}{\cos u} + \sin u \frac{d}{du} \left( \frac{1}{\cos u} \right)$$

$$= 1 + \sin u \cdot \frac{1}{\cos^2 u} \cdot \sin u \quad (\text{形の微分} \times \text{中身の微分})$$

$$= 1 + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 u} = \frac{\cos^2 u + \sin^2 u}{\cos^2 u} = \frac{1}{\cos^2 u} \quad \text{だから} \quad dx = \frac{du}{\cos^2 u} \quad \text{となる。}$$

これ等の結果を代入し、積分区間を考慮すると、 $x = 0 \rightarrow u = 0$ ,  $x = \infty \rightarrow u = \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 u \frac{du}{\cos^2 u} = [u]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

この結果が意味するものは、1次パワース・ロー・パス・フィルタの「Power BW」は、カット・オフ周波数の「 $\pi/2$ 」倍になる・・・ということである。

はじめに示した例題では、 $1k\Omega$ と $1\mu F$ によるカット・オフ周波数は $159.155\text{Hz}$ なので、Power BW は  $250\text{Hz}$  と計算できる (例題に示した値と同じになっている)。