

抵抗器の熱雑音 R と BR の違い

熱雑音に関して、そのおおもとの論文に接する機会はほとんどないと思うが、それを歴史的背景を含め、丁寧に説明した解説書も、ほとんど目にする事が無い。インターネット上にある論文を検索してみると・・・

「雑音の成因とその取扱い」と題した、関英男氏が電気学会雑誌の1955年11月号に投稿された論文（右図）が、非常に興味深い内容であるので、一読されることをお勧めする。

https://www.jstage.jst.go.jp/article/ieejournal1888/75/806/75_806_1408/pdf



本トピックでは、この「抵抗器の熱雑音」の式の導出については述べず、LTspiceの中で、抵抗素子 R と BR の熱雑音モデルを、理論式と比較し、検証する。

その理論式は、k:ボルツマン定数、T:絶対温度、R:抵抗値、B:周波数帯域幅・・・として電圧ノイズの2乗を v^2 とすると、

$$v^2 = 4kTRB$$

となる。ただし、この式の成り立ちを見ると、これが成り立つ条件は「抵抗に電流が流れていない」場合である。通常の電子回路では、抵抗に電流が流れない条件はまず考えにくい、実質的には十分に良い近似になっていると考えられる。

R 単体の熱雑音・シミュレーション（1）

抵抗値を変数として「R」に設定し、1KΩから1MΩの間、1桁ごとにシミュレーションしてみる。

V1 VV 0 0
RR VV 0 1

.noise V(AA) V1 dec 100 1 2
.step dec param R 1K 1Meg 1

Probe node-AA then shows V(noise).
Probe on R1 with voltage-probe then shows V(r1).

.noise シミュレーションの、基本的な書き方。
この表記では、1decの間を100ポイントで計算する設定で、1~2Hzの区間をシミュレーションする。
V(AA) はノイズを測定するノード。プローブするとき、このノード電圧を測定するとV(onoise)と表示される。
抵抗器 (R1)の上で、電圧プローブのままクリックするとV(r1)と表示される

.step で抵抗値を1K~1Megまで1decあたり1ポイント（すなわち1桁ごとに・・・10倍ごとに）変化させながらシミュレーションする

.noise コマンドの基準になる電圧源（または電流源）が必要。
部品として配置してもよいし、ネットリストの形式で配置してもよい。

R 単体の熱雑音・シミュレーション (2)

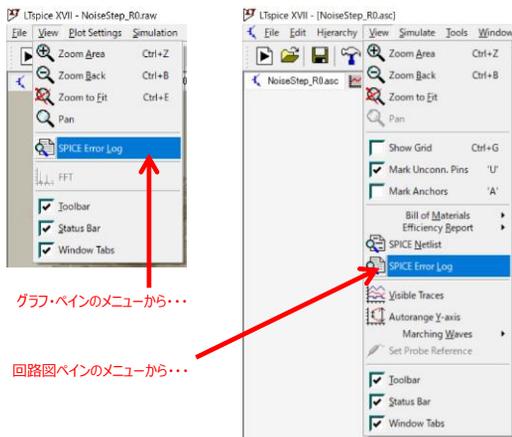
シミュレーション結果をグラフから読み取るのは、有効数字がせいぜい2~3桁なので、ここでは、.measure コマンドを利用して、有効数字10桁で計算してみる。
 「重要な予約変数」の項でも紹介したが、LTspiceの中ではノイズ計算にも利用するボルツマン定数が2種類存在しており、理論値計算で式の中に「boltz」と書いた場合は、1972年ごろの国際協定値($k=1.38062e-23$ [JK-1])が使われており、一方、抵抗器「R」に含まれるノイズ・モデルには現在のSIによる定義値($k=1.3806503e-23$ [JK-1])が使われている。

抵抗値によるノイズ（熱雑音）をシミュレーションから読み取る.measコマンド。
 この時の「temp」のデフォルト値は27°Cである。
 絶対温度に換算して300.15Kである。

- .options measdgt=10 ← .measの計算結果の有効数字の桁数の設定
- .meas Vn find V(onoise) at 1.5 ← V(onoise)の1.5Hzでの値をVnという変数に保存
- .param BW=1 ← バンド帯域幅：BWを1Hzに設定
- .param boltz=1.3806503e-23 ← ボルツマン定数の再定義；理論値の計算用
- .param T temp+273.15 ← .measの計算結果のtemp（デフォルト27°C）を絶対温度に変換
- .meas Calc param SQRT(4*boltz*T*BW*R) ← 熱雑音電圧の理論値の計算
- .meas Calc param SQRT(4*1.38e-23*300*1*R) ← 熱雑音の近似計算

R 単体の熱雑音・シミュレーション (3)

シミュレーション結果を確認する。
 回路図画面をアクティブにして、ホットキー「Ctrl + L」を押すか、メニューバーの「View」からプル・ダウンし、「SPICE Error Log」をクリックする。



グラフ・ペインのメニューから...

回路図ペインのメニューから...

Logに表示された測定 & 計算結果

stepの1が1KΩ。順に1桁ずつ上って、step 4が1MΩ

Measurement: vn

step	v(onoise) at	
1	4.071374349e-009	1.5
2	1.287481588e-008	1.5
3	4.071373993e-008	1.5
4	1.287481552e-007	1.5

シミュレーションの測定値

Measurement: calc

step	sqrt(4*boltz*t*bw*r)	
1	4.071374154e-009	
2	1.287481553e-008	
3	4.071374154e-008	
4	1.287481553e-007	

理論式からの計算値

よく暗記されている値として「常温での1KΩの熱雑音は、約4nV」というものがある。

シミュレーション結果を注意深く見ると、抵抗値が増えるにしたがって（平方根関数として）一様な変化ではなく、増加する傾向にあることがわかる。
 V(onoise)の値は有効数字7桁では一致している。
 LTspiceの固有のモデルの特徴と理解できるが、なぜこのようなモデルをノイズに設定しているかは判然としない。

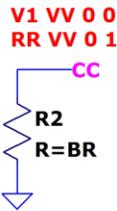
BR の熱雑音・シミュレーション (1)

通常の(基本素子としての)抵抗器ではなく、「ビヘビア抵抗素子(BR)」としても、Rと同様に「熱雑音」のモデルが組み込まれているか・・・、確認してみた。

抵抗値の値を変数として「R」に設定し、1KΩから1TΩの間、1桁ごとにシミュレーションしてみる。シミュレーション回路は、「R」の部分で「R=・・・」と書くことで、BRとして扱っている。他の部分は、抵抗値の範囲を広げたことと、理論値の計算を.measの中から省略しただけで、基本的なシミュレーション手法は「R」の場合と同じである。

シミュレーション結果を注意深く見ると、抵抗「R」の場合に得られた数値を比較すると、例えば10KΩのところでは、有効数字の部分はほぼ同じだが、指数部(10の位取り)が4桁小さくなっている。1MΩのところでは指数部(10の位取り)が3桁小さくなっている。また、抵抗値が10倍になるごとに(計算上は)3.16倍になるはずのものが、10倍ずつ増加している。このことから

```
.noise V(CC) V1 lin 100 1 2
.step dec param BR 1k 1T 1
.OPTIONS numdgt=15
.OPTIONS measdgt=9
.meas Vn find V(onoise) at 1.5
```



10kΩ 1MΩ

step	v(onoise)	at
1	1.28748155e-013	1.5
2	1.28748154e-012	1.5
3	1.28748142e-011	1.5
4	1.28748027e-010	1.5
5	1.28746868e-009	1.5
6	1.28735282e-008	1.5
7	1.28619536e-007	1.5
8	1.27473421e-006	1.5
9	1.17043778e-005	1.5
10	6.43740777e-005	1.5

V1 : noiseless voltage-source as a dummy.

BRのノイズモデルは通常の抵抗器のノイズモデルには一致しない点に注意しなければならない

注意